

DETERMINAN MATRIKS ELIMINASI GAUSS

Hitung Determinan dari matriks :

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

PENYELESAIAN :

👍 STEP 1

Pada kolom 1 ($i = 1$), cari elemen utama dengan *nilai yang terbesar* (dari kasus diatas, ada di baris ke-3). Selanjutnya, baris tersebut akan ditukar nilainya dengan baris ke-1, sehingga menjadi seperti ini :

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

👍 STEP 2

FAKTOR :

$$F_{21} = (0/4) = 0$$

$$F_{31} = (1/4) = 0.25$$

$$F_{41} = (1/4) = 0.25$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$F_{ji} = a_{ji} / a_{ii}$

👍 STEP 3

$$\text{baris 2} - F_{21} \times \text{baris 1} = ?$$

$$\text{baris 3} - F_{31} \times \text{baris 1} = ?$$

$$\text{baris 4} - F_{41} \times \text{baris 1} = ?$$

CORETAN : (di step ini kita menggunakan matrik yang sudah didapatkan di step 1)

Kita cari dulu elemen matrik **baris 2 – F₂₁ x baris 1** ;

$$\text{baris 2} = [1 \ 0 \ 3 \ 2] ;$$

$$F_{21} \times \text{baris 1} = [0] \times [4 \ 0 \ 3 \ 3] = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\text{Maka baris 2 – F}_{21} \times \text{baris 1} = [0 \ 1 \ 2 \ 1] - [0 \ 0 \ 0 \ 0] = [0 \ 1 \ 2 \ 1]$$

Kemudian elemen matrik **baris 3 – F₃₁ x baris 1** ;

$$\text{baris 3} = [1 \ 0 \ 3 \ 2] ;$$

$$F_{31} \times \text{baris 1} = [0.25] \times [4 \ 0 \ 3 \ 3] = [1 \ 0 \ 0.75 \ 0.75]$$

$$\text{Maka baris 3 – F}_{31} \times \text{baris 1} = [1 \ 0 \ 3 \ 2] - [1 \ 0 \ 0.75 \ 0.75] = [0 \ 0 \ 2.25 \ 1.25]$$

Selanjutnya elemen matrik **baris 4 – F₄₁ x baris 1** ;

$$\text{baris 4} = [1 \ 4 \ 2 \ 2] ;$$

$$F_{41} \times \text{baris 1} = [0.25] \times [4 \ 0 \ 3 \ 3] = [1 \ 0 \ 0.75 \ 0.75]$$

$$\text{Maka baris 4 – F}_{41} \times \text{baris 1} = [1 \ 4 \ 2 \ 2] - [1 \ 0 \ 0.75 \ 0.75] = [0 \ 4 \ 1.25 \ 1.25]$$

jadi...

$$\text{baris 2 – F}_{21} \times \text{baris 1} = [0 \ 1 \ 2 \ 1]$$

$$\text{baris 3 – F}_{31} \times \text{baris 1} = [0 \ 0 \ 2.25 \ 1.25]$$

$$\text{baris 4 – F}_{41} \times \text{baris 1} = [0 \ 4 \ 1.25 \ 1.25]$$

maka matrik hasil iterasi baris pertama adalah...

$$\left| \begin{array}{cccc} 4 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2.25 & 1.25 \\ 0 & 4 & 1.25 & 1.25 \end{array} \right|$$

Setelah hasil untuk baris ke-1 didapatkan, langkah selanjutnya adalah menghitung baris ke-2. Lakukan kembali STEP 1 sampai 3. Proses akan terus dilanjutkan sampai semua elemen dibawah diagonal utama sama dengan nol.

ITERASI BARIS 2 : (kita gunakan matrik dari hasil iterasi baris pertama)

STEP 1

Pada kolom 2 (i = 2), cari elemen utama dengan *nilai yang terbesar* (dari kasus diatas, ada di baris ke-4). Selanjutnya, baris tersebut akan ditukar nilainya dengan baris ke-2, sehingga menjadi seperti ini :

$$\left| \begin{array}{cccc} 4 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 1.25 & 1.25 \\ 0 & 0 & 2.25 & 1.25 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right|$$



STEP 2

FAKTOR :

$$F_{32} = (0/4) = 0$$

$$F_{42} = (1/4) = 0.25$$

$$\left| \begin{array}{cccc} 4 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 1.25 & 1.25 \\ 0 & 0 & 2.25 & 1.25 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right|$$

STEP 3

baris 3 – F_{32} x baris 2 = ?

baris 4 – F_{42} x baris 2 = ?

CORETAN :

Kita cari dulu elemen matrik **baris 3 – F_{32} x baris 2** ;

$$\text{baris 3} = [0 \ 0 \ 2.25 \ 1.25];$$

$$F_{32} \times \text{baris 2} = [0] \times [0 \ 4 \ 1.25 \ 1.25] = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\text{Maka baris 3 – } F_{32} \times \text{baris 2} = [0 \ 0 \ 2.25 \ 1.25] - [0 \ 0 \ 0 \ 0] = [0 \ 0 \ 2.25 \ 1.25]$$

Kemudian elemen matrik **baris 4 – F_{42} x baris 2** ;

$$\text{baris 4} = [0 \ 1 \ 2 \ 1];$$

$$F_{42} \times \text{baris 2} = [0.25] \times [0 \ 4 \ 1.25 \ 1.25] = [0 \ 1 \ 0,3125 \ 0,3125]$$

$$\text{Maka baris 3 – } F_{31} \times \text{baris 1} = [0 \ 1 \ 2 \ 1] - [0 \ 1 \ 0,3125 \ 0,3125] = [0 \ 0 \ 1.6875 \ 0.6875]$$

maka matrik hasil iterasi baris kedua adalah...

$$\left| \begin{array}{cccc} 4 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 1.25 & 1.25 \\ 0 & 0 & 2.25 & 1.25 \\ 0 & 0 & 1.6875 & 0.6875 \end{array} \right|$$

diagonal utama

Perhatikan semua elemen dibawah diagonal utama belum nol, maka lakukan iterasi baris selanjutnya.

ITERASI BARIS 3 :

STEP 1

Pada kolom 3 ($i = 3$), cari elemen utama dengan *nilai yang terbesar* (dari kasus diatas, ada di baris ke-3). Kita membandingkan elemen baris 3 kolom 3 (2.25) dan baris 4 kolom 3 (1.6875), karena kita sedang berada di iterasi baris 3 maka perbandingan elemen hanya dilakukan untuk baris 3 dan 4, baris 1 dan 2 tidak dibandingkan lagi. Maka elemen yang terbesar adalah baris 3 kolom 3 (2.25), jadi tidak ada pertukaran baris.

Maka didapatkan matrik :

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 1.25 & 1.25 \\ 0 & 0 & 2.25 & 1.25 \\ 0 & 0 & 1.6875 & 0.6875 \end{vmatrix}$$

STEP 2

FAKTOR :

$$F_{43} = 1.6875 / 2.25 = 0.75$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 1.25 & 1.25 \\ 0 & 0 & 2.25 & 1.25 \\ 0 & 0 & 1.6875 & 0.6875 \end{vmatrix}$$

STEP 3

baris 4 – F_{43} x baris 3 = ?

CORETAN :

Kita cari dulu **baris 4 – F_{43} x baris 3** ;

$$\text{baris 4} = [0 \ 0 \ 1.6875 \ 0.6875];$$

$$F_{43} \times \text{baris 3} = [0.75] \times [0 \ 0 \ 2.25 \ 1.25] = [0 \ 0 \ 1.6875 \ 0.9375]$$

$$\text{Maka baris 4 – } F_{43} \times \text{baris 3} = [0 \ 0 \ 1.6875 \ 0.6875] - [0 \ 0 \ 1.6875 \ 0.9375] = [0 \ 0 \ 0 \ -0,25]$$

maka matrik hasil iterasi baris ketiga adalah...

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 1.25 & 1.25 \\ 0 & 0 & 2.25 & 1.25 \\ 0 & 0 & 0 & -0,25 \end{vmatrix}$$

diagonal utama

Pada matrik hasil iterasi baris ketiga, semua elemen dibawah diagonal utama adalah nol, maka proses tidak dilanjutkan dan nilai determinan bisa didapatkan dengan mengalikan elemen diagonal utama, didapatkan :

$$\text{Nilai Determinan, } D = (4) \times (4) \times (2.25) \times (-0.25) = -9$$

Hasil Perhitungan Scilab :

```
Scilab Console
-->A=[1 0 3 3;0 1 2 1;1 0 3 2;1 4 2 2]
A =
  1.  0.  3.  3.
  0.  1.  2.  1.
  1.  0.  3.  2.
  1.  4.  2.  2.

-->det(A)
ans =
-9.
```

Ref : Metode Numerik dengan SCILAB, Dr.Ir.Setia Budi Sasongko, DEA

SEKIAN